

-
1. Na jednym z pól pustej szachownicy o wymiarach 8×8 postawiono wieżę. Ile jest pól, na które można przenieść tę wieżę w jednym ruchu? Wieża może poruszać się tylko w pionie bądź poziomie.
-
2. W Ameryce temperaturę mierzy się w stopniach Fahrenheita, zamiast stopni Celsjusza. Aby przeliczyć stopnie Celsjusza na Fahrenheita, korzystamy ze wzoru $f = \frac{9}{5}c + 32$, gdzie f - stopnie Fahrenheita, c - stopnie Celsjusza. Jaka temperaturę Europejczyk i Amerykanin wyraziliby tą samą wartością?
-
3. Jak dużą część koła pokona wskazówka godzinowa zegara przez 45 minut?
-
4. Dwa okręgi o średnicy 20cm przecinają się w dwóch punktach oddalonych o 12cm. Jaka jest odległość między środkami tych okręgów?
-
5. Używając dokładnie trzech ósemek, oraz dowolnych symboli działań arytmetycznych ($+$, $-$, $*$, \div , $\sqrt{\quad}$), uzyskaj liczbę 3. Można używać tego samego symbolu arytmetycznego więcej niż raz.
-
6. Prostopadłościan o długościach krawędzi $1, a, 2a$ ma pole powierzchni równe 54. Ile wynosi a ?
-
7. Przez przejście graniczne w ciągu godziny z kraju wyjeżdża 300 samochodów. Strażnik graniczny Piotr siedzi w swoim biurze i obserwuje odjeżdżające samochody. Średnio co ile sekund Piotr widzi samochód opuszczający kraj?

8. Ile jest trójkątów, których długości boków są liczbami całkowitymi, a obwód jest równy 7? Jakie są to trójkąty?

9. Pijąc jedną szklankę herbaty, zyskuje się kofeinę na 1 godzinę, a pijąc jedną szklankę kawy, zyskuje się kofeinę na 4 godziny. W jakim stosunku należy wymieszać herbatę i kawę, aby uzyskać pełną szklankę zawierającą kofeinę na 3 godziny?

10. Mamy do dyspozycji monety o nominałach 3 i 7. Jaka jest największa kwota, której nie jesteśmy w stanie zapłacić dokładnie tymi monetami?

11. Dla niezerowych cyfr X, Y, Z niech \overline{XYZ} oznacza liczbę, której cyfrą setek jest X , cyfrą dziesiątek Y , a cyfrą jedności Z . Niezerowe liczby A, B, C spełniają równanie $\overline{AA} + \overline{BB} + \overline{CC} = \overline{ABC}$. Ile wynosi \overline{ABC} ?

12. Gracjan narysował trójkąt równoboczny o boku długości 6. Następnie na każdym z boków tego trójkąta zbudował kwadrat, wychodzący na zewnątrz trójkąta. Jaki jest obwód otrzymanej przez Gracjana figury?

13. W sklepie ze słodyczami sprzedawane są tabliczki czekolady mlecznej, czekolady gorzkiej i czekolady białej, wszystkie w tej samej cenie. Pewnego dnia przychód ze sprzedaży czekolady mlecznej wyniósł 270, ze sprzedaży czekolady białej 189, a ze sprzedaży czekolady gorzkiej - 216. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba sprzedanych tego dnia tabliczek czekolady?

14. Dane są trzy liczby o następujących własnościach: suma tych liczb wynosi 20, pierwsza liczba jest cztery razy większa od sumy dwóch pozostałych, a druga jest siedem razy większa od trzeciej. Ile wynosi iloczyn tych trzech liczb?

-
15. Nudząc się w pociągu, Maciek postanowił policzyć iloczyn $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2023 \cdot 2025$. Ilość zerami kończy się otrzymany przez Maćka wynik?
-
16. Liczbę nazwiemy *fajną*, jeżeli składa się jedynie z cyfr 1, 2, 3. Ile jest liczb fajnych mniejszych od 1000?
-
17. Chodnik składa się z płytek, które wszystkie mają kształt n -kąta foremnego, oraz każda płytka jest ze wszystkich stron otoczona przez inne płytki. Płytką po obrocie o 36° przechodzi sama na siebie. Wyznacz najmniejsze n , dla którego jest to możliwe.
-
18. Punkt D leży na średnicy AB półokręgu ω . Prosta prostopadła do AB przechodząca przez D przecina ω w punkcie C . Stosunek długości łuków AC i CB wynosi $1 : 2$. Ile wynosi $AD : BD$?
-
19. Król Karol urządził turniej, który miał rozstrzygnąć, kto jest najwspanialszym rycerzem w całym królestwie. Do turnieju zgłosiło się 2026 rycerzy. Rycerze stają do pojedynków w parach: ten, który wygra, kwalifikuje się do następnej rundy, a ten, który przegra, odpada z turnieju. Na koniec turnieju pozostaje tylko jeden rycerz, zwycięzca turnieju. Ile odbyło się pojedynków podczas turnieju?
-
20. Ile jest liczb naturalnych n takich, że odległość na osi liczbowej między liczbami 7 i \sqrt{n} jest mniejsza od 2 ?
-
21. Znajdź liczbę różnych płaszczyzn zawierających dokładnie cztery wierzchołki danego prostopadłościanu.

-
22. Na okręgu o środku O zaznaczamy dwa różne punkty A i B . Następnie wybieramy taki punkt C , że proste AC i AO są prostopadłe. Jeżeli $\sphericalangle CAB = 37^\circ$, ile wynosi $\sphericalangle AOB$?
-
23. W kwadrat o polu S wpisano okrąg, a następnie w ten okrąg wpisano trójkąt równoboczny o polu P . Oblicz $\frac{S}{P}$.
-
24. Znajdź najmniejszą wartość parametru a , dla której nierówność $x \geq 14\sqrt{x} - a$ jest spełniona dla wszystkich nieujemnych liczb rzeczywistych x .
-
25. W równoległoboku $ABCD$ prosta przechodząca przez punkt C przecina bok AB w punkcie E , przy czym zachodzi $EB = \frac{1}{5}AE$. Odcinek CE przecina przekątną BD w punkcie F . Wyznacz stosunek $BF : BD$.
-
26. Asia, Bartek i Cezary wybrali po jednej liczbie całkowitej dodatniej. Najmniejsza wspólna wielokrotność liczb Asi i Bartka wynosi 24, a najmniejsza wspólna wielokrotność liczb Bartka i Cezarego wynosi 40. Ile co najmniej wynosi najmniejsza wspólna wielokrotność liczb Asi i Cezarego?
-
27. Dysponujemy jedenastoma identycznymi kwadratowymi płytkami, z których sześć pokolorowano na czerwono, trzy na niebiesko, a dwie na zielono. Na ile sposobów można skonstruować kwadrat wymiarów 3×3 z dziewięciu płytek wybranych spośród naszych jedenastu tak, aby ten kwadrat po obróceniu o 90° zgodnie ze wskazówkami zegara wokół swojego środka dalej wyglądał tak samo?
-
28. Oblicz $\frac{2026! - 2025!}{2024!}$.

-
29. Dla danego sześciianu, rozważmy wszystkie możliwe trójkąty, których wierzchołki są wierzchołkami tego sześciianu. Ile różnych kątów wewnętrznych występuje w tych trójkątach?
-
30. Wybieramy losowo 8 liczb naturalnych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pośród nich są takie dwie, których różnica dzieli się przez 7?
-
31. Policz sumę cyfr liczby $25^{64} \cdot 32^{25}$.
-
32. W trójkącie prostokątnym ABC kąt prosty jest przy wierzchołku B , a kąt przy wierzchołku A wynosi 30° . Oznaczmy przez M środek boku AC , a przez D taki punkt na boku AB , że $BD = BC$. Znajdź $\sphericalangle BMD$.
-
33. Na bokach kwadratu $ABCD$ o boku długości 1 budujemy trójkąty równoboczne ABK , BCL , CDM , DAN , wychodzące na zewnątrz kwadratu. Oblicz pole czworokąta $KLMN$.
-
34. Znajdź wszystkie liczby rzeczywiste x takie, że dla dowolnej liczby rzeczywistej y zachodzi równość $8xy - 12y + 2x - 3 = 0$.
-
35. Pewna liczba naturalna ma dokładnie cztery dzielniki, a ich suma wynosi 176. Jaka to liczba?

-
36. Wysokość trójkąta prostokątnego dzieli jego przeciwprostokątną na odcinki o długościach 6 i 24. Jakie jest pole tego trójkąta?
-
37. $ABCDEF$ jest ośmiościanem foremnym o krawędzi długości 3, zbudowanym z ostrosłupów czworokątnych $ABCDE$ i $ABCDF$. Oblicz pole czworokąta $E AFC$.
-
38. Pewne dwie liczby całkowite dodatnie spełniają następującą zależność: ich iloczyn jest siedmiokrotnie większy niż ich suma. Ile wynosi suma tych dwóch liczb?
-
39. Paweł wypisuje po kolei wszystkie dwuelementowe podzbiory zbioru $\{1, 2, \dots, 10\}$. Dla każdego z tych podzbiorów, Gaweł zapisuje w zeszycie mniejszą z liczb w tym podzbiore. Kiedy Paweł skończył wypisywać wszystkie takie podzbiory, Gaweł policzył sumę wszystkich liczb, które zapisał w swoim zeszycie. Ile wynosi ta suma?
-
40. Przy drodze stoją dwa słupy o wysokościach 4m i 6m. Od szczytu każdego z nich biegnie napięty przewód łączący go z podstawą drugiego słupa. Na jakiej wysokości nad ziemią przecinają się te przewody?
-
41. Natalia, Olgierd i Piotr ustalili między sobą pewną liczbę. Natalia twierdzi, że gdyby od tej liczby odjąć 1, a potem podzielić wynik przez 3, to otrzyma kwadrat liczby naturalnej. Olgierd twierdzi, że liczba jest podzielna przez 3. Piotr twierdzi, że owa liczba jest pierwsza, a jej suma cyfr to 10. Wiemy, że dokładnie jedno z nich kłamie. Jaka jest najmniejsza możliwa liczba, którą mogli ustalić Natalia, Olgierd i Piotr?
-
42. Mirek napisał k -cyfrową liczbę złożoną z samych siódemek - $77\dots7$. Okazało się, że suma cyfr siedmiokrotności jego liczby wynosi dokładnie 777. Ile wynosi k , liczba cyfr liczby Mirka?

43. W trójkącie ABC długości środkowych wynoszą 6, 8, 10. Oblicz pole trójkąta ABC .

44. W trapezie $ABCD$ (gdzie podstawami są AB i CD) zachodzi $2\angle ABC = \angle CDA$. Mamy również $CD = 3$ i $DA = 5$. Oblicz długość AB .

45. Uprość wyrażenie

$$\sqrt[3]{\frac{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + \dots + n \cdot 2n \cdot 4n}{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + \dots + n \cdot 3n \cdot 9n}}$$

46. W turnieju szachowym wzięło udział 13 szachistów. Każdy z nich grał z każdym pozostałym dokładnie raz. Po zakończeniu turnieju okazało się, że każdy z nich wygrał sześć partii oraz przegrał sześć partii, żadna partia nie zakończyła się remisem. Na ile sposobów można wybrać trzech szachistów z owych trzynastu tak, aby każdy z nich odniósł jedno zwycięstwo i jedną porażkę w partiach przeciwko pozostałym dwóm wybranym do tej trójki szachistom?

47. Oblicz

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} \cdot \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{6}} \cdot \dots \cdot \frac{\frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}}{\frac{1}{2025} - \frac{1}{2026}}$$

48. Ile istnieje trójelementowych podzbiorów zbioru $\{1, 2, \dots, 20\}$ takich, że iloczyn ich elementów jest podzielny przez cztery?

49. Niech dany będzie okrąg ω o środku w punkcie S i promieniu 1. Wybierzmy punkt P taki, że $PS = 3$. Poprowadźmy styczne do ω z punktu P , które dotykają go w punktach A i B . Niech teraz Q będzie dowolnym punktem na krótszym łuku AB i poprowadźmy styczną do ω w punkcie Q . Owa styczna przecina odcinki AP i BP odpowiednio w punktach X i Y . Oblicz obwód trójkąta PXY .

50. Funkcja f dla każdego x rzeczywistego dodatniego zadana jest wzorem $f(x) = [x] \cdot x$. Spośród całkowitych wartości funkcji f , jaka jest jej największa możliwa wartość dwucyfrowa?
